TRANSFERÊNCIA DE CALOR

Terças e Quintas de 8:00 às 10:00 hs

prof. Tania S. Klein

tania@eq.ufrj.br

Lab CFD

Aula 9

- Condução Transiente – 1D, sem geração, k=cte
  - Adimensionalização das Equações
  - Interpretação Física do Número de Fourier
  - Parede Plana com Convecção
  - Cilindro Infinito com Convecção
  - Esfera com Convecção
  - Transferência Total de Energia
  - Exemplos

Adimensionalização das Equações

Equações da Condução do Calor para 1-D sem geração de energia e k=cte

Coordenadas Cartesianas:

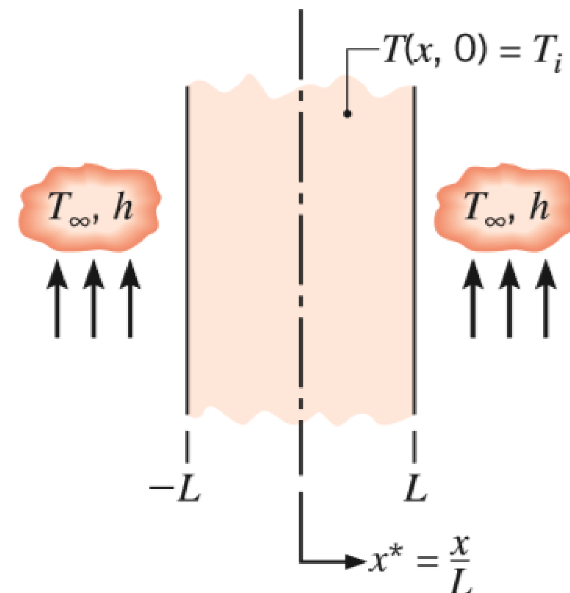
$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

Condição inicial: $T(x,0) = T_i$

Condição de simetria: $\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=0} = 0$

Condição de convecção: $-k \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=L} = h[T(L,t) - T_\infty]$

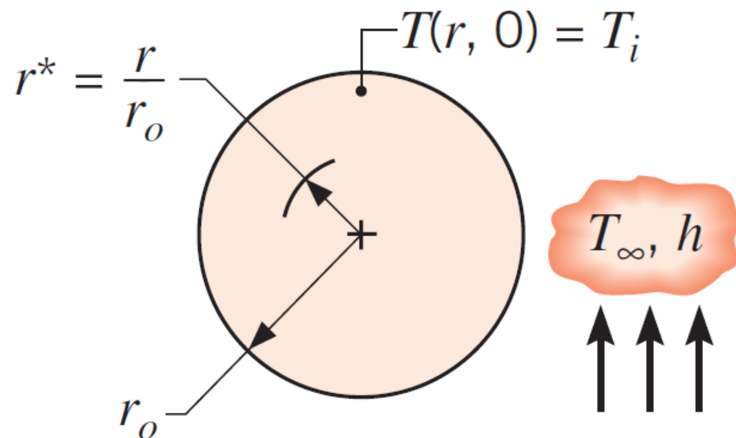
$T = T(x, t, T_i, T_\infty, L, k, \alpha, h)$



Adimensionalização das Equações

Equações da Condução do Calor para 1-D sem geração de energia e k=cte

Coordenadas Cilíndricas:



$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) \rightarrow \frac{\partial \theta^*}{\partial Fo} = \frac{1}{r^*}\frac{\partial}{\partial r^*}\left(r^*\frac{\partial \theta^*}{\partial r^*}\right)$$

Condição inicial: $T(r,0) = T_i \;\rightarrow\; \theta^*(r^*,0) = 1$

Condição de simetria: $\left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=0} = 0 \;\rightarrow\; \left.\frac{\partial \theta^*}{\partial r^*}\right|_{r^*=0} = 0$

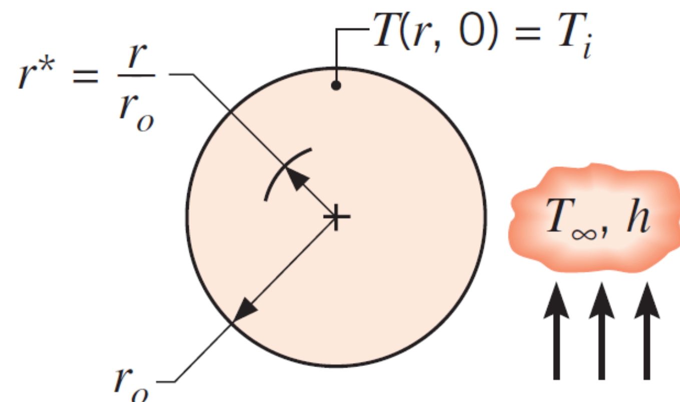
Condição de convecção: $-k\left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=r_0} = h[T(r_0,t) - T_\infty]$

$T = T(r, t, T_i, T_\infty, L, k, \alpha, h)$

Adimensionalização das Equações

Equações da Condução do Calor para 1-D sem geração de energia e k=cte

Coordenadas Esféricas:



$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r}\right) \rightarrow \frac{\partial \theta^*}{\partial Fo} = \frac{1}{r^{*2}}\frac{\partial}{\partial r^*}\left(r^{*2}\frac{\partial \theta^*}{\partial r^*}\right)$$

Condição inicial: $T(r,0) = T_i \;\rightarrow\; \theta^*(r^*,0) = 1$

Condição de simetria: $\left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=0} = 0 \;\rightarrow\; \left.\frac{\partial \theta^*}{\partial r^*}\right|_{r^*=0} = 0$

Condição de convecção: $-k\left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=r_0} = h[T(r_0,t) - T_\infty] \rightarrow \left.\frac{\partial \theta^*}{\partial r^*}\right|_{r^*=1} = -Bi\theta^*(1,Fo)$

$$T = T(r,t,T_i,T_\infty,L,k,\alpha,h)$$

Interpretação Física do Número de Fourier

Problemas em que ocorrem simultaneamente transferência de calor por condução através de um sólido e armazenamento de energia térmica pelo sólido:

Para uma placa plana, por exemplo, de espessura L e área transversal A, pode-se fazer uma aproximação de primeira ordem para o gradiente de temperatura para expressar a taxa de calor:

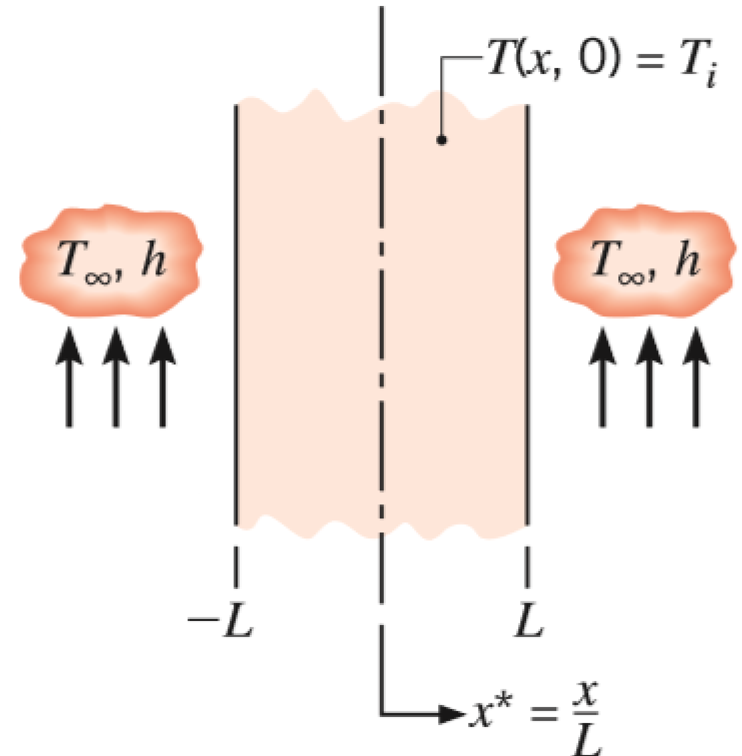
$$q \sim kA\frac{\Delta T}{L}$$

A taxa de variação de energia térmica pode ser aproximada por:

$$\dot{E}_{ar} \sim \rho A L C_p \Delta T/\mathrm{t}$$

A relação entre a taxa de energia conduzida e armazenada é:

Parede Plana com Convecção



Solução Exata:

$$\theta^* = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \exp(-\zeta_n^2 Fo) \cos(\zeta_n x^*)$$

$$C_n = \frac{4 \sin \zeta_n}{2\zeta_n + \sin(2\zeta_n)}$$

$$\zeta_n \tan \zeta_n = Bi$$

Solução Aproximada:

$$\theta^* = \theta_o^* \cos(\zeta_1 x^*)$$

$$\theta_o^* = C_1 \exp(-\zeta_1^2 Fo)$$

Cilindro Infinito com Convecção

Solução Exata:

$$\theta^* = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \exp(-\zeta_n^2 Fo) J_0(\zeta_n r^*)$$

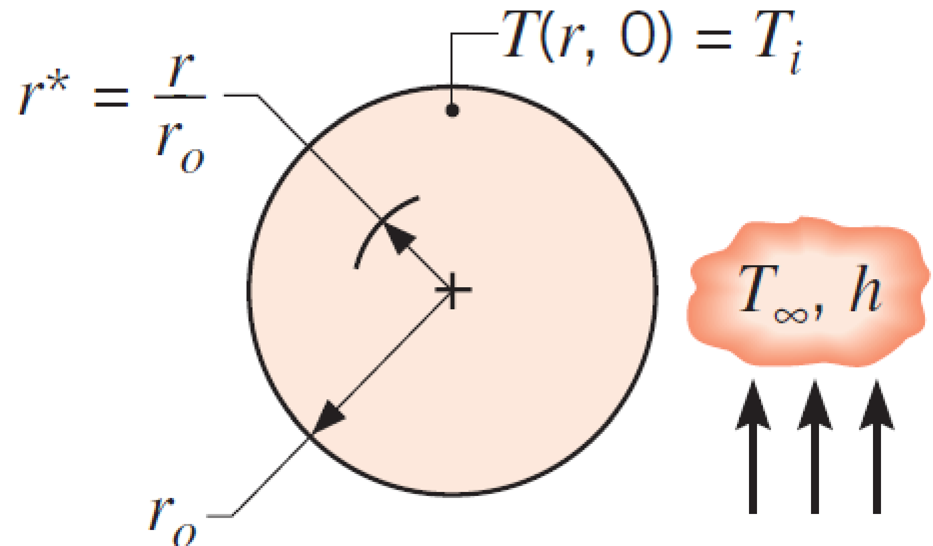
$$C_n = \frac{2}{\zeta_n} \frac{J_1(\zeta_n)}{J_0^2(\zeta_n) + J_1^2(\zeta_n)}$$

$$\zeta_n \frac{J_1(\zeta_n)}{J_0(\zeta_n)} = Bi$$

Solução Aproximada:

$$\theta^* = \theta_o^* J_0(\zeta_1 r^*)$$

$$\theta_o^* = C_1 \exp(-\zeta_1^2 Fo)$$



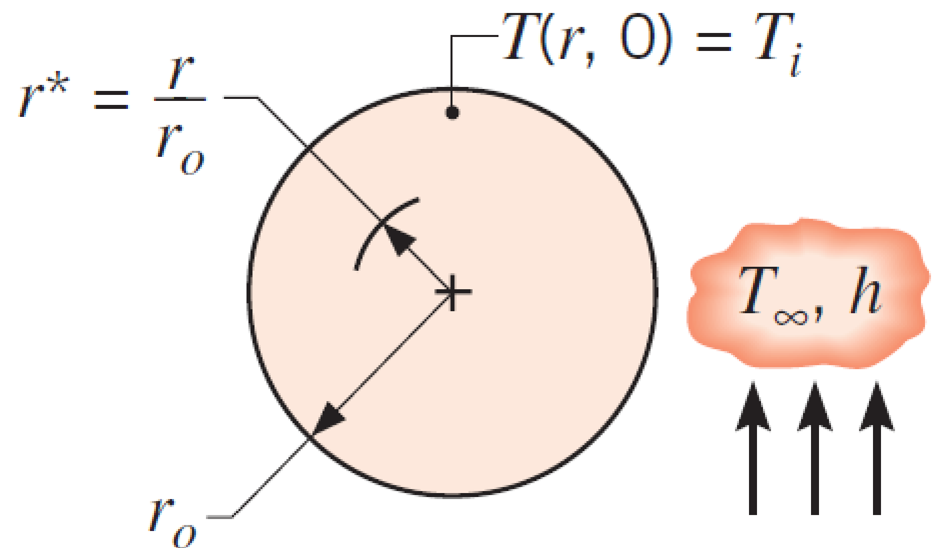
Esfera com Convecção

Solução Exata:

$$\theta^* = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \exp(-\zeta_n^2 Fo) \frac{1}{\zeta_n r^*} \sin(\zeta_n r^*)$$

$$C_n = \frac{4[\sin(\zeta_n) - \zeta_n \cos(\zeta_n)]}{2\zeta_n - \sin(2\zeta_n)}$$

$$1 - \zeta_n \cot \zeta_n = Bi$$



Solução Aproximada:

$$\theta^* = \theta_o^* \frac{1}{\zeta_1 r^*} \sin(\zeta_1 r^*)$$

$$\theta_o^* = C_1 \exp(-\zeta_1^2 Fo)$$

Coeficientes para Solução Aproximada

	Parede Plana		Cilindro Infinito		Esfera	
Bi^{*}	ζ_1 (rad)	C_1	ζ_1 (rad)	C_1	ζ_1 (rad)	C_1
0.01	0.0998	1.0017	0.1412	1.0025	0.1730	1.0030
0.02	0.1410	1.0033	0.1995	1.0050	0.2445	1.0060
0.03	0.1723	1.0049	0.2440	1.0075	0.2991	1.0090
0.04	0.1987	1.0066	0.2814	1.0099	0.3450	1.0120
0.05	0.2218	1.0082	0.3143	1.0124	0.3854	1.0149
0.06	0.2425	1.0098	0.3438	1.0148	0.4217	1.0179
0.07	0.2615	1.0114	0.3709	1.0173	0.4551	1.0209
0.08	0.2791	1.0130	0.3960	1.0197	0.4860	1.0239
0.09	0.2956	1.0145	0.4195	1.0222	0.5150	1.0268
0.10	0.3111	1.0161	0.4417	1.0246	0.5423	1.0298
0.15	0.3779	1.0237	0.5376	1.0365	0.6609	1.0445
0.20	0.4328	1.0311	0.6170	1.0483	0.7593	1.0592
0.25	0.4801	1.0382	0.6856	1.0598	0.8447	1.0737
0.30	0.5218	1.0450	0.7465	1.0712	0.9208	1.0880
0.4	0.5932	1.0580	0.8516	1.0932	1.0528	1.1164
0.5	0.6533	1.0701	0.9408	1.1143	1.1656	1.1441
0.6	0.7051	1.0814	1.0184	1.1345	1.2644	1.1713
0.7	0.7506	1.0919	1.0873	1.1539	1.3525	1.1978
0.8	0.7910	1.1016	1.1490	1.1724	1.4320	1.2236
0.9	0.8274	1.1107	1.2048	1.1902	1.5044	1.2488
1.0	0.8603	1.1191	1.2558	1.2071	1.5708	1.2732
2.0	1.0769	1.1785	1.5994	1.3384	2.0288	1.4793
3.0	1.1925	1.2102	1.7887	1.4191	2.2889	1.6227
4.0	1.2646	1.2287	1.9081	1.4698	2.4556	1.7202
5.0	1.3138	1.2402	1.9898	1.5029	2.5704	1.7870
6.0	1.3496	1.2479	2.0490	1.5253	2.6537	1.8338
7.0	1.3766	1.2532	2.0937	1.5411	2.7165	1.8673
8.0	1.3978	1.2570	2.1286	1.5526	1.7654	1.8920
9.0	1.4149	1.2598	2.1566	1.5611	2.8044	1.9106
10.0	1.4289	1.2620	2.1795	1.5677	2.8363	1.9249
20.0	1.4961	1.2699	2.2881	1.5919	2.9857	1.9781
30.0	1.5202	1.2717	2.3261	1.5973	3.0372	1.9898
40.0	1.5325	1.2723	2.3455	1.5993	3.0632	1.9942
50.0	1.5400	1.2727	2.3572	1.6002	3.0788	1.9962
100.0	1.5552	1.2731	2.3809	1.6015	3.1102	1.9990
∞	1.5708	1.2733	2.4050	1.6018	3.1415	2.0000

Transferência Total de Energia

Parede Plana:

$$\frac{Q}{Q_o} = 1 - \frac{\sin \zeta_1}{\zeta_1}\,\theta_o^*$$

Cilindro Infinito:

$$\frac{Q}{Q_o} = 1 - \frac{2\theta_o^*}{\zeta_1}\,J_1(\zeta_1)$$

Esfera:

$$\frac{Q}{Q_o} = 1 - \frac{3\theta_o^*}{\zeta_1^3}\,[\sin(\zeta_1) - \zeta_1 \cos(\zeta_1)]$$

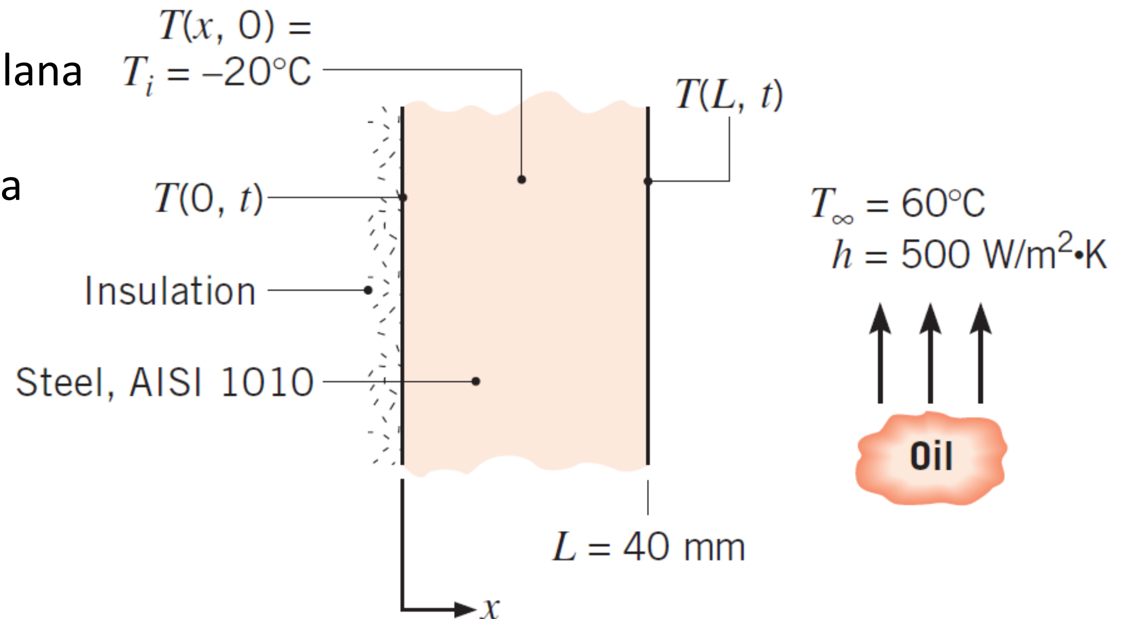
Exemplos

Exercício Resolvido 5.4:

Tubulação de aço com 1m de diâmetro e 40mm de espessura.

Considerações:

- Parede do tubo → parede plana
- Propriedades constantes
- Superfície externa adiabática



Pede-se:

a) Bi e Fo em t=8min
b) T(8min, 0mm)
c) q"(8min) para a parede
d) Q'(8min)

a)

b)

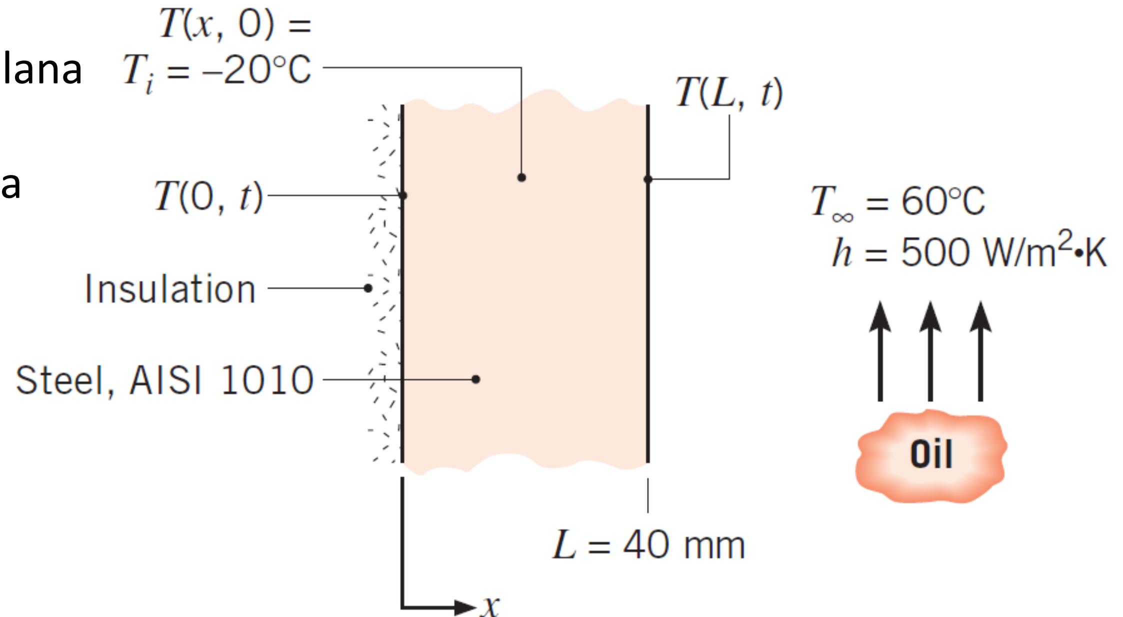
Exemplos

Exercício Resolvido 5.4:

Tubulação de aço com 1m de diâmetro e 40mm de espessura.

Considerações:

- Parede do tubo → parede plana
- Propriedades constantes
- Superfície externa adiabática



Pede-se:

a) Bi e Fo em t=8min
b) T(8min, 0mm)
c) q“(8min) para a parede
d) Q’(8min)

c)

Exemplos

Exercício Resolvido 5.4:

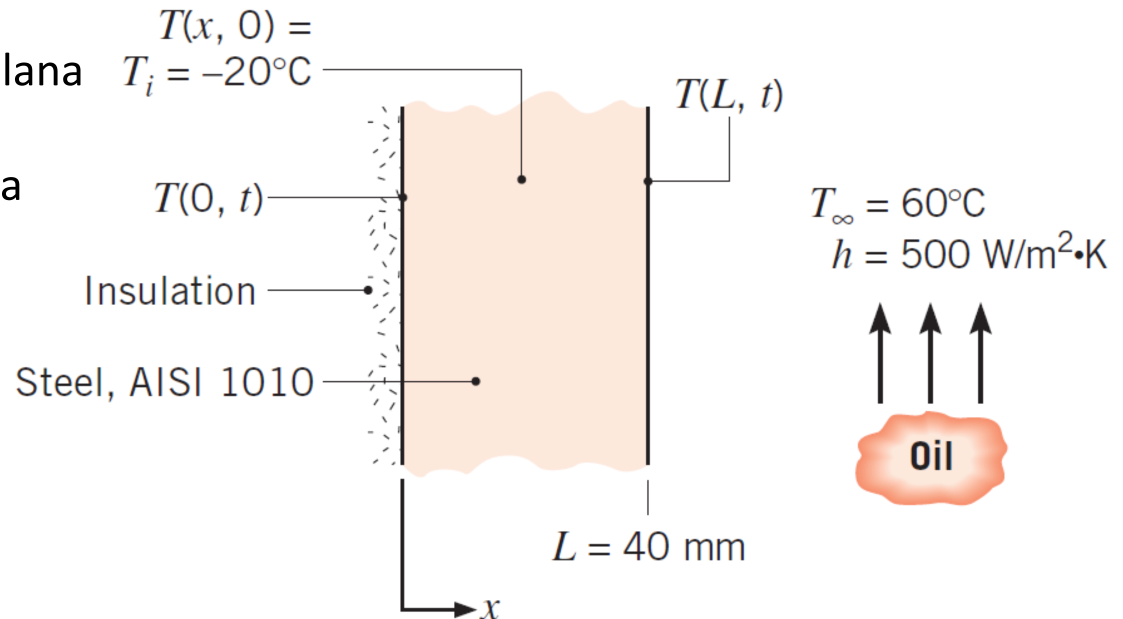
Tubulação de aço com 1m de diâmetro e 40mm de espessura.

Considerações:

- Parede do tubo → parede plana
- Propriedades constantes
- Superfície externa adiabática

Pede-se:

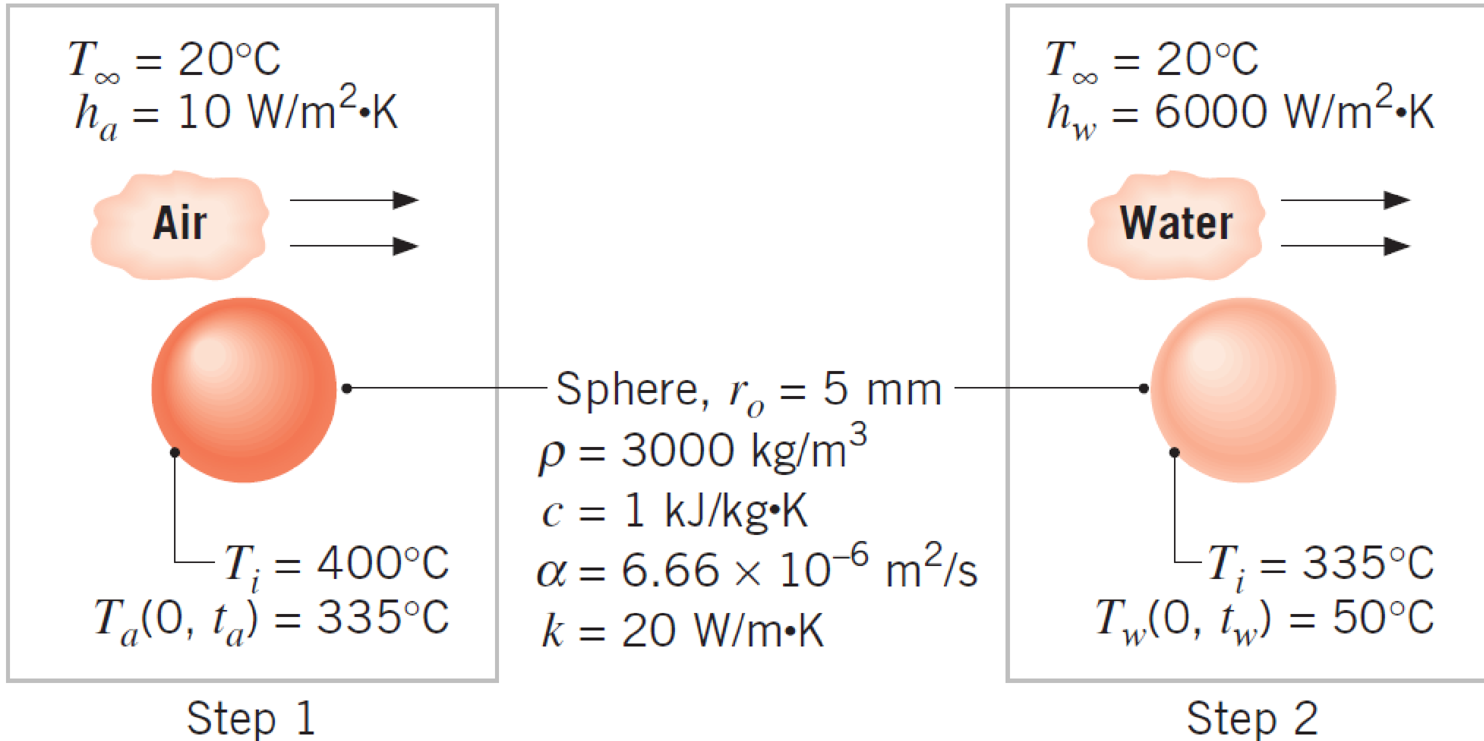
a) Bi e Fo em t=8min
b) T(8min, 0mm)
c) q"(8min) para a parede
d) Q'(8min)



d)

Exemplos

Exercício Resolvido 5.5:



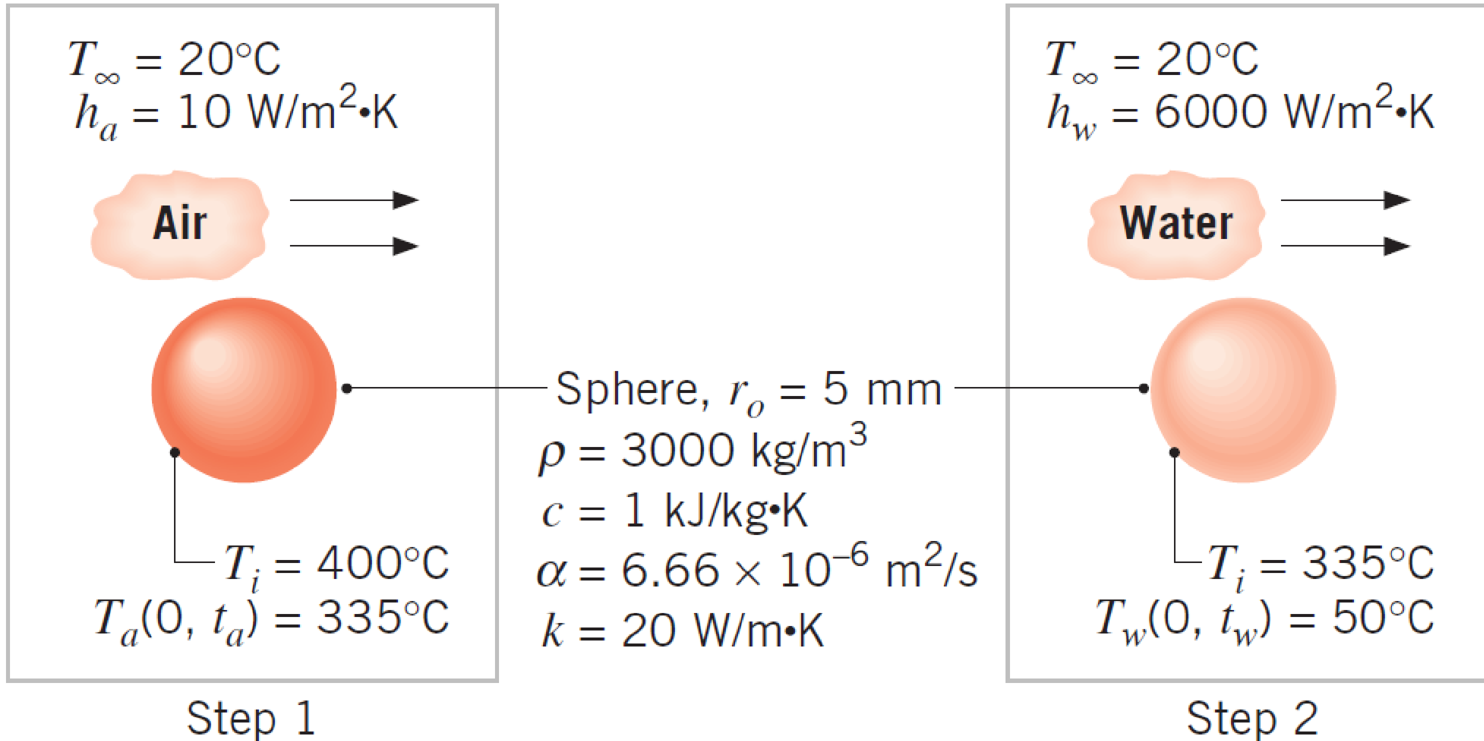
Pede-se:

- t_a
- t_w

Etapa 1:

Exemplos

Exercício Resolvido 5.5:



Pede-se:

- t_a
- t_w

Etapa 2: